

## OTIMIZAÇÃO DA EXCENTRICIDADE EM ARRANJOS ALETADOS SUBMETIDOS À CONVECÇÃO FORÇADA EM REGIME TURBULENTO

**R. L. S. Mainardes**

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica  
Curitiba, PR – Brasil  
[ROQUE@ufpr.br](mailto:ROQUE@ufpr.br)

**R. S. Matos**

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica  
Curitiba, PR – Brasil  
[rudmar@demec.ufpr.br](mailto:rudmar@demec.ufpr.br)

**J. V.C. Vargas**

Universidade Federal do Paraná – Departamento de Engenharia Mecânica  
Curitiba, PR – Brasil  
[jvargas@demec.ufpr.br](mailto:jvargas@demec.ufpr.br)

**J. C. Ordonez**

Florida State University – Mechanical Engineering Department  
Tallahassee, FL – USA  
[ordonez@caps.fsu.edu](mailto:ordonez@caps.fsu.edu)

**Resumo.** Este trabalho apresenta um estudo de otimização geométrica experimental para maximizar a taxa de transferência total de calor entre um feixe de tubos aletados sob uma restrição de volume fixo e para condições pré-estabelecidas de fluxo externo, para configurações gerais de arranjos de tubos circulares e elípticos. O procedimento de otimização se iniciou pelo reconhecimento da disponibilidade limitada do espaço de projeto com a restrição do volume total fixo. Os resultados experimentais foram obtidos para configurações circulares e elípticas com um número fixo de tubos (12), começando-se com uma configuração triangular equilátera que preencheu uniformemente o volume fixo. Várias configurações experimentais foram construídas por redução do espaçamento entre tubos, identificando-se assim o espaçamento ótimo para a máxima transferência de calor. Semelhantemente, foi possível investigar a existência do ótimo com respeito, à excentricidade dos tubos. Os resultados são apresentados para o ar como o fluido externo, na faixa de  $2650 \leq Re_{2b} \leq 10600$ , onde  $2b$  é o eixo menor do tubo de seção elíptica. Arranjos circulares e elípticos com a mesma área de obstrução da seção transversal do fluxo foram comparados com base na transferência de calor total máxima. Para baixas velocidades na entrada dos arranjos as perdas de pressão esperadas são aproximadamente equivalentes com tal critério, mas para velocidades mais altas e no regime turbulento as perdas de pressão variam com a forma da seção transversal. A minimização da potência de bombeamento não foi considerada no presente estudo. Resultados de otimização experimental para arranjos de tubos circulares e elípticos aletados são apresentados. As medições experimentais mostram a existência de um par ótimo de espaçamento entre tubos e de excentricidade, para arranjos de tubos com o espaçamento entre aletas fixo.

**Palavras chave:** Transferência de Calor, Perda de Pressão, Otimização de Parâmetros de Projeto.

### 1. Introdução

Com o desenvolvimento da sociedade humana todas as suas necessidades são aumentadas. Comida, água, abrigo, energia são necessidades comuns a qualquer pessoa ou país em todo mundo. Enfocando na energia, sua disponibilidade requer investimentos contínuos pelos governos para satisfazer a indústria e necessidades dos consumidores. Além de gerar mais potência e conseguir novas fontes de energia, foram direcionados muitos esforços para economizar energia por otimização de seu uso, principalmente em processos industriais. Trocadores de calor de fluxo cruzado são partes de numerosos processos de engenharia na indústria e são responsáveis por uma parte do grande consumo de energia total onde quer que eles estejam presentes.

Um desempenho global melhor é conseguido quando as resistências do fluxo e da transferência de calor são minimizadas juntas, isto é, quando a imperfeição está distribuída no espaço otimamente (Bejan, 2000). A distribuição ótima da imperfeição representa a arquitetura do fluxo, ou o projeto “construtal”.

Trocadores de calor de tubos elípticos aletados foram estudados por Brauer (1964); Jang e Yang (1998); Bordalo e Saboya (1999) e Saboya e Saboya (2001), mostrando que além de um ganho relativo observado na transferência de calor nos arranjos de tubos elípticos, em comparação aos arranjos de tubos circulares, uma redução relativa na perda de pressão de até 30 % também foi observada. Rocha et al. (1997) desenvolveram um modelo matemático híbrido para arranjos de tubos circulares e elípticos aletados baseado na conservação de energia e nos coeficientes de transferência

de calor. Tais coeficientes são obtidos experimentalmente por meio da técnica de sublimação do naftaleno e analogia com a transferência de calor e massa (Saboya e Sparrow, 1976 e Saboya e Saboya, 2001). Rocha et al. (1997) também obtiveram numericamente a distribuição de temperatura e a eficiência da aleta para 1 e 2 fileiras de tubos elípticos em trocadores de calor aletados. Os resultados da eficiência da aleta foram comparados com os resultados de Rosman et al. (1984) para trocadores de calor de tubos circulares aletados, onde um ganho relativo na eficiência da aleta de até 18 % para transferência de calor foi observado com o arranjo de tubos elípticos.

A literatura técnica mostra que tubos elípticos foram estudados fundamentalmente por vários autores. Recentemente, arranjo de tubos elípticos alinhados foi caracterizado experimentalmente por Khan et al. (2004) para água e ar, obtendo uma correlação Nu-Re para tais arranjos. Tubos elípticos verticais e inclinados foram também estudados experimentalmente de forma isolada em convecção livre, para o interior por Elshazly et al. (2005) e para o exterior da superfície por Elsayed et al. (2003), produzindo correlações para o número de Nusselt com respeito ao número de Rayleigh e mostrando o efeito de orientação do tubo para o número médio de Nusselt.

Bordalo e Saboya (1999) apresentaram medições para a perda de pressão comparando configurações elípticas e circulares de trocadores de calor de tubos aletados, com 1, 2 e 3 fileiras de tubos. Reduções de até 30 % do coeficiente de perda de pressão (coeficiente de queda de pressão por unidade de fileira devido somente à presença dos tubos) foram observadas, em favor da configuração elíptica. A comparação foi realizada entre arranjos de tubos circulares e elípticos com a mesma área de obstrução do escoamento livre, para  $200 \leq Re_\delta \leq 2000$  ( $1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$ , com  $\delta = 1.65 \text{ mm}$ ) que cobre a faixa de velocidades do ar de interesse para aplicações em ar condicionado. Adicionalmente observa-se que a redução na perda de pressão é mais elevada quando  $Re_\delta$  aumenta e desprezível para  $Re_\delta \sim 200$ , para arranjos de três fileiras.

Os efeitos da forma do tubo no desempenho de um trocador de tubos aletados foram estudados numericamente por Min e Webb (2004), comparando arranjos de tubo redondo com elíptico (plano e oval) com o mesmo perímetro, para baixas velocidades de ar frontal (1, 2 e 3  $\text{ms}^{-1}$ ), e números de Reynolds baseados no diâmetro hidráulico de 297 a 999. Matos et al. (2001), executaram uma análise bi-dimensional da transferência de calor em trocadores de calor de tubos não aletados circulares e elípticos. Os resultados numéricos obtidos para a configuração triangular equilateral, com o novo elemento foram validados qualitativamente por meio da comparação direta com os resultados experimentais previamente publicados para trocadores de calor de tubos circular por Stanescu et al. (1996). Resultados numéricos de otimização geométrica mostraram um ganho relativo de transferência de calor de até 13% no arranjo elíptico ótimo, comparado com o arranjo circular ótimo. Este ganho e os ganhos de transferência de calor e reduções da perda de pressão foram observados em estudos prévios (Brauer, 1964; Jang e Yang, 1998; Bordalo e Saboya, 1999 e Saboya e Saboya, 2001), e mostraram que o arranjo elíptico tem um potencial consideravelmente melhor no desempenho global do que o arranjo circular tradicional. Realmente, dois recentes estudos mostraram experimentalmente (Matos et al., 2004a) e numericamente (Matos et al., 2004b) que o arranjo de tubo elíptico aletado possui um desempenho consideravelmente melhor do que o circular em convecção forçada no regime de fluxo laminar. Foi observado um ganho na transferência de calor de aproximadamente 20% a favor do arranjo elíptico. Porém, nesses estudos, somente o regime laminar foi estudado, portanto investigou-se velocidades de escoamento livre menores do que a faixa de velocidade de ar de interesse para aplicações típicas de ar condicionado, ou seja,  $1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$ , faixa esta estudada por Bordalo e Saboya (1999).

O enfoque principal do presente estudo está na otimização geométrica experimental de tubos circulares e elípticos aletados em um volume fixo. O artigo descreve uma série de experiências realizadas em laboratório na procura de parâmetros geométricos ótimos de configurações circulares e elípticas aletadas para a máxima transferência de calor em regime turbulento. Arranjos circulares e elípticos, com a mesma área transversal de obstrução do fluxo, são comparados com base na máxima transferência de calor total. São definidos grupos adimensionais apropriados e os resultados de otimização apresentados em gráficos adimensionais.

## 2. Teoria

A configuração típica de um trocador de calor de aletas planas com 4 fileiras de tubos em distribuição alternada é mostrado na Fig. 1. Fowler e Bejan (1994) mostraram que no regime laminar, o fluxo através de um grande banco de cilindros poderia ser simulado com precisão calculando o fluxo por um único canal, tal qual ilustrado pela célula unitária da Fig. 1. Por causa das simetrias geométricas, não há troca fluida ou transferência de calor entre canais adjacentes, ou para o topo e superfícies laterais. Nenhuma transferência de calor é esperada ao fundo de cada célula unitária e também ao longo do plano médio das aletas planas. O módulo consiste de um conjunto de tubos elípticos (ou circulares), aletados em cujo interior circula um fluido aquecido. Os tubos são montados em um volume (LHW), sendo o comprimento varrido, L, na direção do fluxo, a altura do arranjo, H, perpendicular à direção do fluxo e dos tubos, e a largura do arranjo, W, perpendicular à direção do fluxo. Este volume é mantido fixo em todas as simulações, caracterizando desta maneira a limitação de espaço (restrição), presente em qualquer projeto de engenharia. As aletas metálicas são idênticas, nas quais  $t_f$  é a espessura da aleta e  $\delta$  é a distância entre aletas.

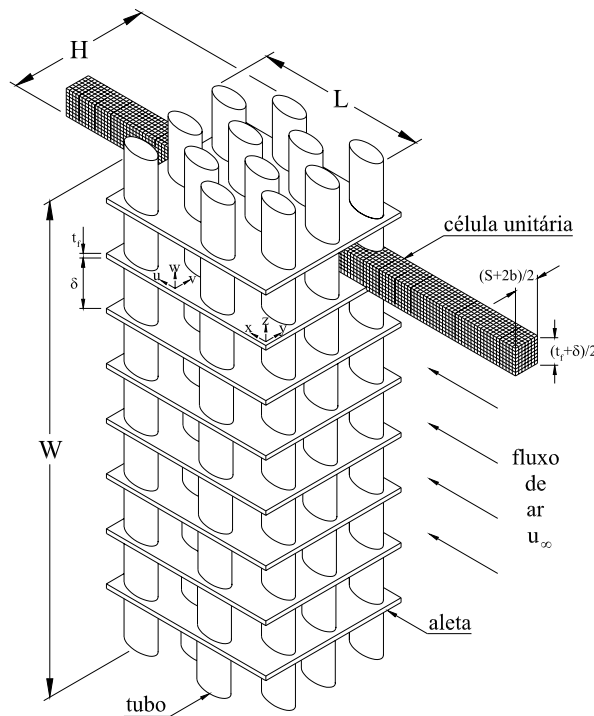


Figura 1. Configuração geral do arranjo de tubos elípticos aletados

A fim de que os resultados sejam de caráter geral e para adequação das equações para a solução numérica, grupos adimensionais convenientes são definidos para a representação das quantidades de interesse, i.e., temperaturas, velocidades e pressão, fazendo uso também do número de Prandtl, correspondente ao fluido, e do número de Reynolds baseado na velocidade de entrada do fluido no arranjo.

$$(X, Y, Z) = \frac{(x, y, z)}{L}; P = \frac{p}{\rho u_{\infty}^2} \quad (1)$$

$$(U, V, W) = \frac{(u, v, w)}{u_{\infty}}; \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}}; Re_{2b} = \frac{u_{\infty} (2b)}{\nu} \quad (2)$$

onde  $(x, y, z)$  - coordenadas cartesianas, [m];  $p$  - pressão, [N/m<sup>2</sup>];  $\rho$  - densidade, [kg/m<sup>3</sup>];  $u_{\infty}$  - velocidade do escoamento livre, [m/s];  $(u, v, w)$  - velocidades do fluido no domínio de solução, [m/s];  $T$  - temperatura, [K];  $T_{\infty}$  - temperatura do escoamento livre, [K];  $T_w$  - temperatura da superfície do tubo, [K];  $L$  - comprimento do arranjo na direção do escoamento, [m];  $\nu$  - viscosidade cinemática, [m<sup>2</sup>/s] e  $\alpha$  - difusividade térmica do fluido, [m<sup>2</sup>/s].

O objetivo da otimização é encontrar a geometria ótima, tal que a densidade volumétrica de transferência de calor seja maximizada, sujeita a uma restrição de volume. O problema do projeto de engenharia inicia-se pelo reconhecimento da disponibilidade finita do espaço, isto é, um espaço disponível  $L \times H \times W$  como um volume dado que deva ser preenchido com um trocador de calor. Maximizar a densidade volumétrica de transferência de calor significa dizer que a taxa total de transferência de calor entre o fluido dentro dos tubos e o fluido fora dos tubos será maximizada.

O estudo de otimização prossegue com a identificação dos graus de liberdade (variáveis) que permitem a maximização da taxa total de troca de calor entre os tubos e o escoamento livre,  $Q$ . Assim, três graus de liberdade geométricos são identificados no arranjo: i) o espaçamento entre fileiras de tubos,  $S$ ; ii) a excentricidade dos tubos, e iii) o espaçamento entre aletas,  $\delta$ . A escolha de tais parâmetros procede da análise de dois extremos, isto é, quando eles são pequenos ou grandes. Quando,  $S \rightarrow 0$ , a taxa do fluxo de massa no canal elementar (soma de todas as células unitárias na direção  $z$ ) decresce e, portanto  $Q \rightarrow 0$ . Para  $S \rightarrow S_m$  (espaçamento máximo tal que o arranjo apresenta um determinado número de canais elementares,  $N_{ce}$ , ajustados no espaço disponível,  $L \times H \times W$ ), a área mínima da seção transversal do escoamento,  $A_c$ , aumenta. Assim a velocidade na seção transversal do escoamento se reduz, o coeficiente de transferência de calor decresce e  $Q$  decresce. Quando  $e \rightarrow 0$ ,  $Q$  tende ao limite de placas planas alternadas que é

obtido a partir do estudo de Fowler et al. (1997). Assim  $Q \rightarrow Q_{\text{placas planas}}$ , e, para  $e \rightarrow 1$ ,  $Q$  tende ao limite de tubos circulares que é obtido a partir dos estudos de Stanescu et al. (1996) e de Matos et al. (2001). Assim  $Q \rightarrow Q_{\text{tubos circulares}}$ , conseqüentemente, a variação da excentricidade permite que o desempenho de transferência de calor dos tubos elípticos seja comparado com arranjos de placas planas e arranjos de tubos circulares, que é um dos objetivos deste trabalho. Quando  $\delta \rightarrow 0$ , a vazão mássica de fluido que entra na célula diminui e, portanto  $Q \rightarrow 0$ , e para  $\delta \rightarrow \delta_m = W$ , a superfície total de aletas diminui e  $Q$  diminui. O comportamento de  $S$ ,  $e$ , e  $\delta$  para os extremos indica a possibilidade de máximo  $Q$  nos intervalos,  $0 < S < S_m$ ,  $0 < e < 1$  e  $0 \leq \delta \leq W$ .

Para o estabelecimento de uma base comparativa entre tubos de seção circular e elíptica adotou-se o critério de se manter a mesma seção dos tubos na direção do escoamento, ou seja, o diâmetro do tubo circular igual a duas vezes o semi-eixo menor do tubo elíptico, critério este já utilizado por outros pesquisadores, (Bordalo et al., 1999; Rocha et al., 1997; Matos et al., 2001; Saboya et al., 2001). Desta maneira, todos os arranjos sob comparação tiveram a mesma área de obstrução ao escoamento livre.

Uma alternativa seria a utilização de um critério de mesma área de troca de calor nos tubos (ou mesma quantidade de material de tubos), i.e., fazer com que a seção circular e a elíptica tivessem o mesmo perímetro para que os arranjos fossem comparados. No entanto, este critério faz com que os escoamentos tenham diferentes seções mínimas de escoamento.

A razão mais importante para a adoção do presente critério é a noção prática de que o que se pretende obter é a máxima transferência de calor por unidade de volume. Portanto, para uma determinada restrição de volume, i.e., espaço disponível, deseja-se saber qual a configuração geométrica de tubos que proporciona a máxima transferência de calor. Do ponto de vista construtivo, um tubo circular pode ser substituído por um tubo elíptico que tenha seu eixo menor igual ao diâmetro do tubo. Isto implica que o eixo maior do tubo elíptico pode ser maior que o do tubo circular e, em conseqüência, mais material deve ser utilizado nos tubos. Em contrapartida, menos material é utilizado nas aletas. Desta maneira, os arranjos em comparação, se equivalem em material utilizado para sua construção. Espera-se dessa forma, com o presente critério, identificar os ganhos a serem obtidos, o mais isoladamente possível, do ponto de vista de transferência de calor, do arranjo de tubos elípticos aletados em relação ao arranjo de tubos circulares aletados. A análise de perda de pressão em regime turbulento nos arranjos não faz parte dos objetivos do presente estudo, mas espera-se que com a seção elíptica, a perda de pressão possa ser reduzida em até 30% em relação à seção circular (Bordalo e Saboya, 1999).

A condutância térmica global adimensional  $\tilde{q}$ , ou transferência de calor volumétrica adimensional é definida por Matos et al. (2004a):

$$\tilde{q} = \frac{Q / (T_w - T_\infty)}{k LHW / (2b)^2} \quad (3)$$

onde a taxa de transferência de calor global entre os tubos aletados e o escoamento livre,  $Q$ , foi dividida pelo volume fixo,  $LHW$ ;  $k$  é a condutividade térmica do fluido,  $W/(m \cdot K)$ ,  $2b = D$  é o eixo menor da elipse ou diâmetro do tubo,  $T_w$  é a temperatura superficial do tubo,  $K$ , e  $T_\infty$  é a temperatura do escoamento livre,  $K$ .

Um balanço de energia em um canal elementar mostra que:

$$Q = N_{ce} Q_{ce} = N_{ce} \dot{m}_{ce} c_p (\bar{T}_s - T_\infty) \quad (4)$$

onde  $N_{ce}$  é o número de canais elementares e  $Q_{ce}$  é a taxa de transferência de calor de uma célula,  $W$ . O canal elementar é definido como a soma de todas as células unitárias na direção  $z$ . Portanto, a vazão mássica de ar ( $kg \cdot s^{-1}$ ) entrando em um canal elementar é:

$$\dot{m}_{ce} = \rho u_\infty [(S + 2b)/2] (W - n_f t_f) \quad (5)$$

e  $t_f$  é a espessura da aleta,  $[m]$ ,  $c_p$  é o calor específico do fluido a pressão constante  $[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ , e  $\bar{T}_s$  é a temperatura média do fluido na saída do canal elementar,  $[K]$ .

O número de aletas no arranjo é dado por:

$$n_f = \frac{W}{t_f + \delta} \quad (6)$$

A condutância térmica global adimensional é reescrita utilizando as Eqs. (3)-(6) como segue:

$$\tilde{q} = \frac{N_{ce}}{2} Pr Re_{2b} \left[ \frac{2b}{L} \right]^2 \frac{2b}{H} \left( \frac{S}{2b} + 1 \right) (1 - \phi_f) \bar{\theta}_s \quad (7)$$

onde  $\phi_f = \frac{n_f t_f}{W} = \frac{t_f}{t_f + \delta}$ , é a densidade adimensional de aletas na direção z ( $0 \leq n_f t_f \leq W$ ) e  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  o número de Prandtl do fluido.

Visando generalizar os resultados para todos os tipos de configurações estudadas neste trabalho, a condutância térmica global adimensional é definida alternativamente como segue:

$$\tilde{q}_* = \frac{2}{N_{ce}} \left[ \frac{L}{2b} \right]^2 \frac{H}{2b} \tilde{q} = Pr Re_{2b} \left( \frac{S}{2b} + 1 \right) (1 - \phi_f) \bar{\theta}_s \quad (8)$$

### 3. Aparato Experimental

Um aparato experimental foi construído no para a obtenção dos dados experimentais necessários para a otimização experimental dos arranjos de tubos. A Fig. 2 mostra um desenho esquemático do aparato experimental utilizado neste estudo. Um túnel de vento de escala reduzida foi construído em compensado naval para evitar deformações devido à umidade do ar. Uma seção de teste foi concebida em forma modular como uma gaveta, para atender às diversas configurações de arranjos utilizados nos experimentos, apenas trocando o módulo da seção de teste mostrado na Fig. 2. As dimensões internas da seção de teste são 175 mm x 161 mm x 152 mm. De acordo com a Fig. 1 as dimensões do volume fixo para o procedimento de otimização experimental foram L = 135.33 mm, H = 115.09 mm, W = 152 mm e D = 2b = 15.875 mm. Todos os arranjos tiveram  $N_{ce} = 6$  e  $N = 4$ , onde N é o número de tubos em uma célula unitária. Uma região estendida de 1000 mm foi colocada antes da seção de teste para permitir a obtenção do escoamento completamente desenvolvido antes de alcançar o arranjo. Na entrada desta região, foram dispostos tubos plásticos de pequeno diâmetro (padrão comercial utilizado para consumo de bebidas refrigerantes), com a finalidade de retificar o escoamento antes de adentrar a seção de teste. O túnel de vento é constituído de um ventilador do tipo axial com acionamento direto por um motor elétrico, com potência nominal de 1 HP, possibilitando velocidades do escoamento livre,  $u_\infty$  de até 20 ms<sup>-1</sup>.

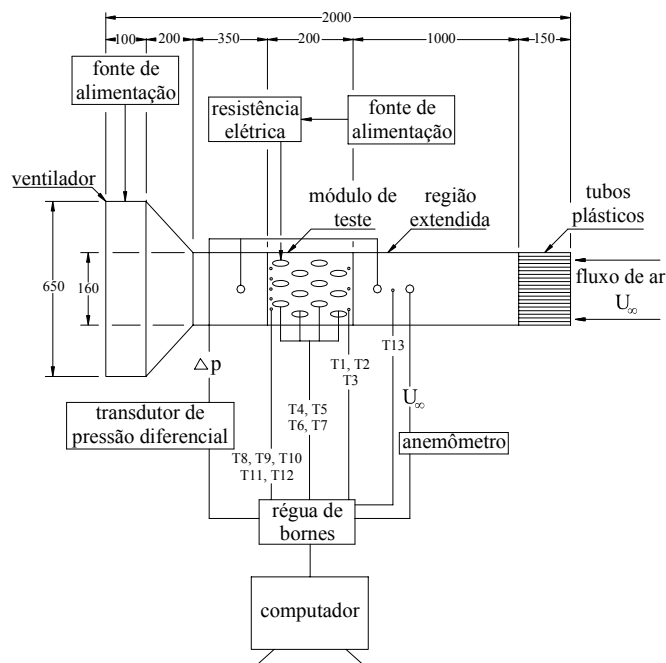


Figura 2. Aparato experimental

Ambos os arranjos de tubos circulares e elípticos foram construídos a partir de tubos rígidos trefilados de cobre com diâmetros de 15.875 mm (5/8”), 22.23 mm (7/8”) e 25.4 mm (1”) para as excentricidades  $e = b/a = 1.0, 0.6$  e  $0.5$ , respectivamente, e espessura da parede de 0.79375 mm (1/32”) para todas as excentricidades. Para a confecção das aletas foram utilizadas chapas de alumínio com uma espessura  $t_f = 0.3$  mm, e área LH, com 12 furos. Foi testada a distribuição de aleta, com 3 aletas, onde  $\delta = 37.775$  mm que corresponde à densidade de aleta,  $\phi_f = 0.006$ .

Todos os tubos tiveram um comprimento de 172 mm. A seleção dos tubos foi feita de tal modo que permitisse a montagem interna de resistências elétricas de aquecimento para simular o fluxo de calor originado de um fluido quente, e de forma que propiciasse a construção de um número de células adequado ao experimento.

Foram utilizados resistores elétricos constituídos de resistências elétricas tubulares de passo duplo com 968  $\Omega$ , portanto com máxima potência de dissipação de 50 W com 220 V. Os resistores elétricos tiveram um pequeno diâmetro a fim de permitir a inserção dos mesmos no tubo de cobre e foram alimentados com uma fonte de voltagem variável (30 V, 1.4 A) para permitir que todos os arranjos sob comparação tivessem a mesma potência de entrada.

Para a medição da variação de temperatura do módulo em convecção forçada, foram colocados em cada módulo de teste doze termistores, do tipo YSI 44004 (resistência de 2250  $\Omega$  para 25 °C). Todos os termistores foram colocados no plano médio entre as paredes laterais do túnel de vento e no plano médio do canal elementar. Três termistores foram colocados na entrada do arranjo (T1 - T3), cinco na saída (T8 - T12) e quatro nas superfícies dos tubos em um canal elementar (T4 - T7). Um termistor extra (T13) foi colocado no ponto médio da região estendida para medir a temperatura não perturbada do escoamento livre. Os termistores na entrada e na saída do arranjo permitiram a determinação da dependência vertical da temperatura no arranjo. Em todos os testes executados as temperaturas verticais se mantiveram dentro de uma margem de  $\pm 0.5$  °C com respeito à temperatura vertical média na entrada e na saída. Os termistores nas superfícies dos tubos mostraram que a diferença da temperatura entre os tubos em um canal elementar é insignificante dentro de uma margem de  $\pm 0.3$  °C com respeito à média dos quatro termistores. Finalmente, o termistor extra colocado na região estendida mediu as temperaturas do escoamento livre dentro de uma margem de  $\pm 0.5$  °C com respeito à temperatura média medida na entrada do arranjo, em todos os testes executados neste trabalho.

A medição das velocidades foi feita utilizando um anemômetro de pás rotativas, modelo HHF 300A (OMEGA Engineering INC.), que foi colocado na região estendida, à montante do módulo em um orifício justo, com faixa de operação de 0 a 35  $\text{ms}^{-1}$ , o limite de precisão da velocidade é de  $\pm 2.5\%$  da leitura. As velocidades do escoamento livre testadas neste estudo, foram de 2.5, 5, 7.5 e 10  $\text{ms}^{-1}$ . Utilizou-se uma fonte de alimentação elétrica, para permitir a variação contínua da rotação do ventilador.

Os termistores foram calibrados no laboratório para determinar o limite de precisão intrínseco do sensor. Os termistores foram imersos em um banho de temperatura constante mantido por um banho termostático e um total de 64 medidas da temperatura foram feitas para 20, 30, ..., 80 °C. O desvio padrão maior destas medidas foi 0.0005 °C, e conseqüentemente o limite de precisão intrínseco do sensor foi ajustado para  $\pm 0.001$  °C em todos os termistores; este limite de precisão intrínseco do sensor está em concordância com o  $\pm 0.0003$  °C dos mesmos termistores utilizados em uma experiência em convecção natural de Howle et al. (1992) e com o  $\pm 0.0005$  °C limite de precisão intrínseco do sensor, listado em um manual de instrumentação (Dally et al., 1993).

O objetivo do trabalho experimental foi avaliar a densidade volumétrica de transferência de calor (ou a condutância térmica global) de cada arranjo testado, calculando-se  $\tilde{q}_*$  por meio da Eq. (8) com as medidas diretas de  $u_\infty$  ( $Re_{2b}$ ), e  $\bar{T}_s, T_w$  e  $T_\infty$  ( $\bar{\theta}_s$ ).

Para cada experiência, 5 rodadas de medição foram realizadas. As condições de regime permanente foram alcançadas após 3 horas em todas as experiências. O limite da precisão para cada ponto da temperatura foi computado como duas vezes o desvio padrão das 5 rodadas de medições, de acordo com o critério de propagação de erros em medidas experimentais, adotado pela “American Society of Mechanical Engineers (ASME)”, (Editorial, 1993).

Verificou-se que os limites da precisão de todas as variáveis envolvidas no cálculo de  $\tilde{q}_*$  foram insignificantes na presença do limite da precisão de  $\bar{\theta}_s$ , portanto  $P_{\tilde{q}_*} \cong P_{\bar{\theta}_s}$ . O limite de precisão intrínseco dos termistores, anemômetro, propriedades e comprimentos encontrados foram insignificantes em comparação com o limite da precisão de  $\tilde{q}_*$ . Como conseqüência as incertezas foram calculadas por:

$$\frac{U_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} = \left[ \left( \frac{P_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} \right)^2 + \left( \frac{B_{\tilde{q}_*}}{\tilde{q}_*} \right)^2 \right]^{1/2} \cong \frac{P_{\bar{\theta}_s}}{\bar{\theta}_s} \quad (9)$$

onde  $P_{\theta_s}$  é o limite de precisão de  $\bar{\theta}_s$ .

Como indicado previamente, todos os arranjos testados tiveram um total de doze tubos colocados dentro do volume fixo LHW, com quatro tubos em cada célula unitária (quatro fileiras). Para uma geometria particular de tubo e aleta plana, os testes começaram com uma configuração triangular equilátera, que coube uniformemente no volume fixo com um espaçamento entre tubos adimensional máximo resultante de  $S/2b = 1.5$ . O afastamento entre os tubos foi reduzido então progressivamente, isto é,  $S/2b = 1.5, 0.5, 0.25$  e  $0.1$ , e neste intervalo um espaçamento ótimo foi encontrado tal que  $\tilde{q}_*$  fosse máximo. Todos os arranjos testados tiveram a relação de aspecto  $L/2b = 8.52$ .

Diversos pontos ajustados das velocidades do escoamento livre foram testados, tais que  $u_\infty = 2.5, 5.0, 7.5$  e  $10 \text{ ms}^{-1}$ , correspondendo  $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$  e  $10600$ , respectivamente, que cobriu uma porção significativa da faixa de velocidade de ar de interesse para aplicações típicas de condicionamento de ar, i.e.,  $1.8 \text{ ms}^{-1} \leq u_\infty \leq 18.2 \text{ ms}^{-1}$  (Bordalo et al., 1999). Para esses valores de  $Re_{2b}$ , é observado o regime de fluxo turbulento. O maior valor da incerteza calculada de acordo com Eq. (9) em todos os testes foi  $U_{\tilde{q}_*} / \tilde{q}_* = 0.075$ .

#### 4. Resultados e Discussão

A otimização experimental foi realizada para investigar a existência de ótimo para dois parâmetros geométricos do trocador de calor projetado para a máxima taxa de transferência de calor total. Os parâmetros investigados foram os espaçamentos entre tubos e a excentricidade do tubo. São esperados fisicamente ótimos com respeito a esses parâmetros de acordo com a discussão apresentada previamente na seção teórica deste artigo.

Para cada número de Reynolds,  $Re_{2b}$  testado, o procedimento de otimização foi conduzido de acordo com os seguintes passos: i) para uma determinada excentricidade, a condutância térmica global adimensional,  $\tilde{q}_*$ , foi computada com a Eq. (8), para a faixa de espaçamentos entre tubos  $0.1 \leq S/2b \leq 1.5$ ; ii) o mesmo procedimento foi repetido para várias excentricidades, ou seja,  $e = 0.4, 0.5, 0.6$  e  $1$ . Os passos i) e ii) foram executados para uma configuração de espaçamento entre aletas fixo,  $\phi_f = 0.006$ .

O aparato experimental foi concebido de modo que em um tubo do arranjo, foram colocados quatro termistores igualmente espaçados em volta e sobre a superfície do tubo nas duas extremidades e nas seções do meio, resultando em um total de doze termistores. O teste foi repetido para diferentes tubos nos arranjos experimentais. A temperatura medida na superfície do tubo oscilou de  $\pm 0.2^\circ\text{C}$  com respeito à temperatura média da superfície do tubo considerando todos os testes executados. Dessa forma, a distribuição de temperatura na superfície dos tubos foi praticamente uniforme.

Este estudo apresenta resultados de otimização experimental para uma faixa de números de Reynolds maiores que os apresentados em estudos prévios de otimização para arranjos de tubos elípticos aletados por Matos et al. (2001), Stanescu et al. (1996) e Matos et al. (2004), i.e., para  $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$  e  $10600$ , portanto, investigando o regime turbulento. Os ótimos obtidos nas experiências são marcantes, acentuando-se a importância deles nos atuais projetos de engenharia. Os espaçamentos ótimos entre tubos encontrados experimentalmente para  $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$  e  $10600$ , estavam na faixa de  $0.5 \leq (S/2b)_{ot} \leq 0.6$ , para  $0.5 \leq e \leq 1$ .

O primeiro passo do procedimento de otimização é documentado nas Figs. 3-5, que mostram a otimização experimental do espaçamento entre tubos,  $S/2b$ , para  $e = 1, 0.6$  e  $0.5$ , respectivamente, para um espaçamento fixo entre aletas  $\phi_f = 0.006$ . Os resultados indicam ótimos marcantes para todas as excentricidades com relação a  $S/2b$ . A influência da variação de  $Re_{2b}$ , também é investigada. De maneira que  $Re_{2b}$  aumenta quando  $\tilde{q}_*$  aumenta. É também observado que o máximo é menos pronunciado para valores menores de  $Re_{2b}$ . Este fenômeno é explicado fisicamente baseado no fato do aumento da transferência de calor com o aumento da taxa de fluxo de massa.

As experiências mostraram que  $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$  para  $\phi_f = 0.006$ . Assim, os resultados de otimização das Figs. 3-5 são uma indicação clara de um par global ótimo  $(S/2b, e)_{ot}$ . A Fig. 6 apresenta os valores maximizados  $\tilde{q}_{*,m}$  obtidos experimentalmente para  $0.5 \leq e \leq 1$ , para um espaçamento entre aletas fixo  $\phi_f = 0.006$ , de acordo com passo 2 do procedimento de otimização. Notável é o ganho de transferência de calor da configuração de tubos elípticos com relação aos circulares, com o aumento acentuado de  $Re_{2b}$ . Portanto a importância do projeto ótimo encontra lugar principalmente no regime turbulento. Adicionalmente as Figs. 3 - 6 mostram que o par ótimo  $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$  é "robusto" para uma larga faixa de variação de condições de fluxo externas, i.e., para  $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$  e  $10600$  que demonstram a importância da investigação de uma possível geometria geral ótima.

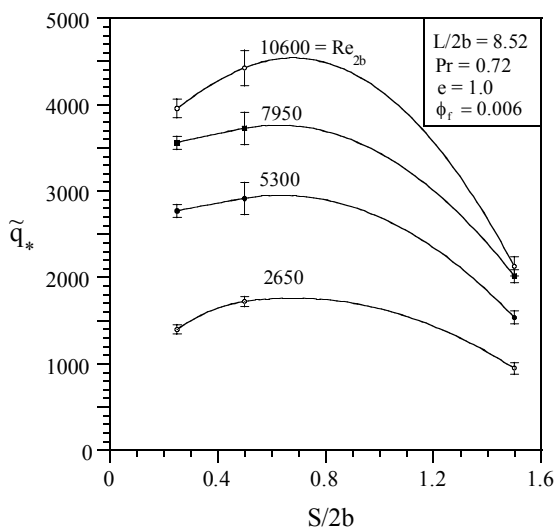


Figura 3. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ( $e = 1$ ).

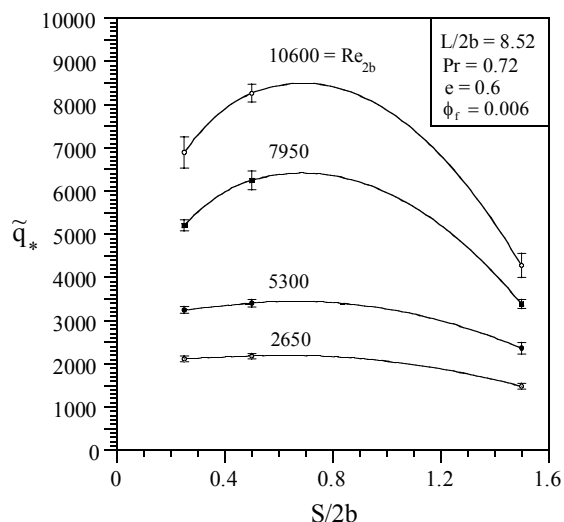


Figura 4. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ( $e = 0.6$ ).

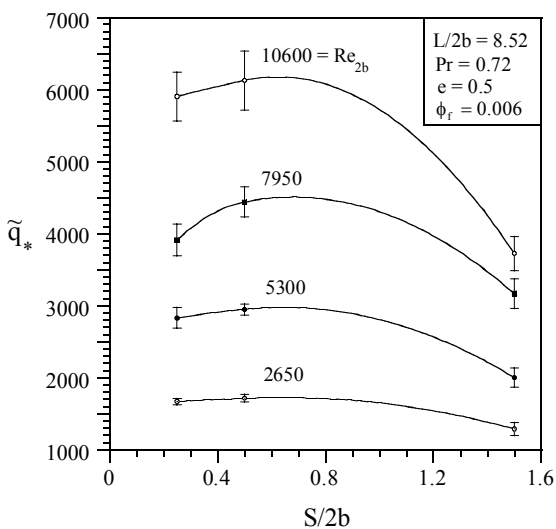


Figura 5. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos: ( $e = 0.5$ ).

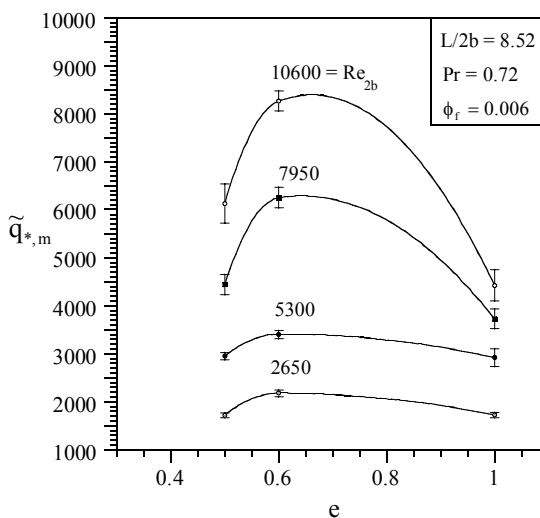


Figura 6. Resultados experimentais de otimização para arranjos circulares aletados com relação ao espaçamento entre tubos e a excentricidade.

## 5. Conclusão

Neste Trabalho, um estudo teórico e experimental foi conduzido para demonstrar que trocadores de calor de tubos circulares e elípticos aletados podem ser otimizados para máxima transferência de calor, sob uma restrição de volume fixo. A estrutura geométrica interna dos arranjos foi otimizada para a máxima transferência de calor. Um desempenho global melhor é conseguido quando as resistências do fluxo e da transferência de calor são minimizadas juntas, isto é, quando a imperfeição está distribuída no espaço otimamente. A distribuição ótima da imperfeição representa a melhor arquitetura dos fluxos, ou o projeto “construtal” (Bejan, 2000). Os resultados foram apresentados adimensionalmente para permitir a aplicação geral aos trocadores de calor do tipo tratado neste estudo.



Dois graus de liberdade foram investigados na geometria do trocador de calor, isto é, espaçamento entre tubos, e excentricidade. Ótimos com relação ao espaçamento entre tubos e excentricidade  $(S/2b, e)_{ot} \cong (0.5, 0.6)$  para  $\phi_f = 0.006$  para  $Re_{2b} = 2650, 5300, 7950$  e  $10600$ , respectivamente foram encontrados e apresentados por meio de variáveis adimensionais gerais. Espera-se que tais configurações globalmente otimizadas sejam de grande importância para o projeto de engenharia de trocadores de calor, e para a geração de estruturas ótimas de fluxo em geral.

## 6. Referências

- Bejan, A., 2000, Shape and Structure, from Engineering to Nature, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Bordalo, S. N., and Saboya, F. E. M., 1999, "Pressure Drop Coefficients for Elliptic and Circular Sections in One, Two and Three-Row Arrangements of Plate Fin and Tube Heat Exchangers", J. Braz. Soc. Mech. Sci., XXI (4) pp. 600-610.
- Brauer, H., 1964, "Compact Heat Exchangers", Chem. Process Eng. August, pp. 451-460.
- Dally, J., Riley, W. F., McConnell, K. G., 1993, Instrumentation for Engineering Measurements, Wiley, New York, p. 425.
- Editorial, 1993, "Journal of Heat Transfer Policy on Reporting Uncertainties in Experimental Measurements and Results", ASME Journal of Heat Transfer, 115, pp. 5-6.
- Elsayed, A. O., Ibrahim, E. Z., and Elsayed, S. A., 2003, "Free Convection from a Constant Heat Flux Elliptic Tube", Energy Conversion Management, 44(15), pp. 2445-2453.
- Elshazly, K., Moawed, M., Ibrahim, E., and Emar, M., 2005, "Heat Transfer by Free Convection from the Inside Surface of the Vertical and Inclined Elliptic Tube", Energy Conversion Management, 46(9-10), pp. 1443-1463.
- Fowler, A. J., and Bejan, A., 1994, "Forced Convection in Banks of Inclined Cylinders at Low Reynolds Numbers", Int. J. Heat Fluid Flow, 15(2), pp. 90-99.
- Fowler, A. J., Ledezma, G., and Bejan, A., 1997, "Optimal Geometric Arrangement of Staggered Plates in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 40(8), pp.1795-1805.
- Howle, L., Georgiadis, J., and Behringer, R., 1992, "Shadowgraphic Visualization of Natural Convection in Rectangular-Grid Porous Layers", ASME HTD, 206(1), pp.17-24.
- Jang, J. Y., and Yang, J. Y., 1998, "Experimental and 3-D Numerical Analysis of the Thermal-Hydraulic Characteristics of Elliptic Finned-Tube Heat Exchangers", Heat Transfer Engineering, 19(4), pp. 55-67.
- Khan, M. G., Fartaj, A., and Ting, D. S. K., 2004, "An Experimental Characterization of Cross-Flow Cooling of Air via an In-Line Elliptical Tube Array", Int. J. Heat Fluid Flow, 25(4), pp. 636-648.
- Matos, R. S., Vargas, J. V. C., Laursen, T. A., and Saboya, F. E. M., 2001, "Optimization Study and Heat Transfer Comparison of Staggered Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 44(20), pp. 3953-3961.
- Matos, R. S., Vargas, J. V. C., Laursen, T. A., and Bejan, A., 2004a, "Optimally Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 47(6-7), pp. 1347-1359.
- Matos, R. S., Laursen, T. A., Vargas, J. V. C., and Bejan, A., 2004b, "Three-Dimensional Optimization of Staggered Finned Circular and Elliptic Tubes in Forced Convection", Int. J. Thermal Sciences, 43(5), pp. 477-487.
- Min, J. C., and Webb, R. L., 2004, "Numerical Analyses of Effects of Tube Shape on Performance of a Finned Tube Heat Exchanger", J. Enhanced Heat Transfer, 11(1), pp. 61-73.
- Rocha, L. A. O., Saboya, F. E. M., and Vargas, J. V. C., 1997, "A Comparative Study of Elliptical and Circular Sections in One and Two-Row Tubes and Plate Fin Heat Exchangers", Int. J. Heat Fluid Flow, 18(2), pp. 247-252.
- Rosman, E. C., Carajilescov, P., and Saboya, F. E. M., 1984, "Performance of One and Two-Row Tube and Plate Fin Heat Exchangers", J. Heat Transfer, 106(3), pp. 627-632.
- Saboya, F. E. M., and Sparrow, E. M., 1976, "Experiments on a Three-Row Fin and Tube Heat Exchangers", J. Heat Transfer, 98(3), pp. 520-522.
- Saboya, S. M., and Saboya, F. E. M., 2001, "Experiments on Elliptic Sections in One and Two-Row Arrangements of Plate Fin and Tube Heat Exchangers", Experimental Thermal and Fluid Science, 24(1-2), pp. 67-75.
- Stanescu, G., Fowler, A. J., and Bejan, A., 1996, "The Optimal Spacing of Cylinders in Free-Stream Cross-Flow Forced Convection", Int. J. Heat Mass Transfer, 39(2), pp. 311-317.

## OPTIMIZATION OF FINNED ARRANGEMENTS WITH RESPECT TO ECCENTRICITY IN TURBULENT FORCED CONVECTION

### R. L. S. Mainardes

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica  
Curitiba, PR - Brasil  
[ROQUE@ufpr.br](mailto:ROQUE@ufpr.br)

### R.S. Matos

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica

Curitiba, PR - Brasil  
[rudmar@demec.ufpr.br](mailto:rudmar@demec.ufpr.br)

**J. V. C. Vargas**

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica  
Curitiba, PR - Brasil  
[jvargas@demec.ufpr.br](mailto:jvargas@demec.ufpr.br)

**J. C. Ordonez**

Florida State University – Mechanical Engineering Department  
Tallahassee, FL -USA  
[ordonez@caps.fsu.edu](mailto:ordonez@caps.fsu.edu)

**Abstract**

*This work presents an experimental geometric optimization study to maximize the total heat transfer rate between a bundle of finned tubes in a given volume and a given external flow both for circular and elliptic arrangements, for general staggered configurations. The optimization procedure started by establishing a fixed volume constraint to account for the design limited space availability. The experimental results were obtained for circular and elliptic configurations with a fixed number (12), starting with an equilateral triangle configuration, which fitted uniformly into the fixed volume. A number of experimental configurations were built by reducing the tube-to-tube spacings, identifying the optimal spacing for maximum heat transfer. Similarly, it was possible to investigate the existence of optima with respect to other two geometric degrees of freedom, i.e., tube eccentricity and fin-to-fin spacing. The results are reported for air as the external fluid, in the range  $2650 \leq Re_{2b} \leq 10600$ , where  $2b$  is the smaller ellipse axis. Circular and elliptic arrangements with the same air input velocity and flow obstruction cross-sectional area were compared on the basis of maximum total heat transfer. For low values of the free stream velocity,  $u_{\infty}$ , pressure drops are expected to be nearly equivalent with such criterion, but for higher velocities in the turbulent regime pressure drops are expected to vary with cross section shape, therefore the minimization of pumping power was not within the scope of the present study. Experimental optimization results for finned circular and elliptic tubes arrangements are presented and optima with respect to tube-to-tube spacing, eccentricity and fin-to-fin spacing, were found and reported in general dimensionless variables for circular and elliptic arrangements with a fixed fin-to-fin spacing.*

**Keywords:** Heat Transfer, Pressure Drop, Optimization of Project Parameters.